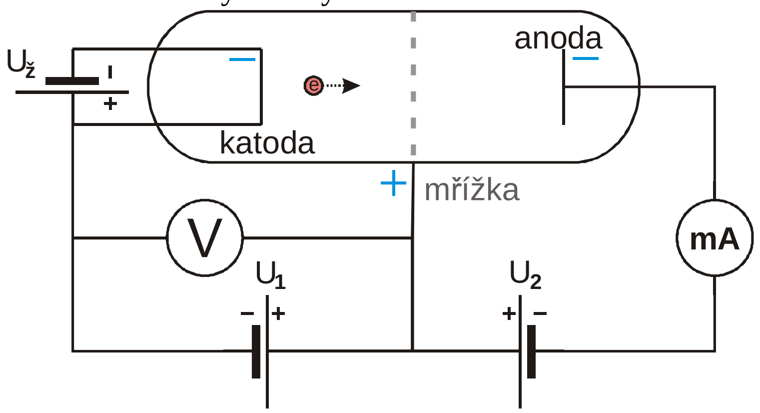
6.2.5 Pokusy vedoucí ke kvantové mechanice IV

Předpoklady: 060204

1914: J. Franck, G. Hertz: Frack-Hertzův pokus

Př. 1: Na obrázku je nakresleno schéma Franck-Hertzova pokusu. Jakým způsobem se budou v baňce (pokud v ní bude vakuum) pohybovat elektrony uvolněné z katody? Jaký je význam jednotlivých napětí? Co by muselo platit, aby se všechny elektrony uvolněné z katody dostaly k anodě?



+

Elektron uvolněny z katody je urychlován napětím U_1 k mřížce, pokud přes mřížku projde je napětím U_2 bržděn (musí napětí U_2 překonat, aby se dostal k anodě).
$U_ž$ - napětí žhavícího obvodu, rozhoduje o počtu elektronů, které se uvolní z katody.
U_1 - napětí mezi katodou a mřížkou, urychluje elektrony, dodává jim energii.
U_2 - napětí mezi mřížkou a katodou, zpomaluje elektrony, zmenšuje jejich energii.
Nejpomalejší jsou elektrony, které mají při opuštění katody nulovou energii, pokud mají dorazit k anodě, musí platit $U_1 > U_2$.

V uvedeném sestavení by pokus sloužil k měření energie elektronů uvolněných z katody. Ve skutečném pokusu nebylo uvnitř baňky vakuum ale odpařené páry rtuti, pokus zkoumal srážky uvolněných elektronů s atomy rtuti.

Př. 2: Necháme srazit pingpongový míček:
a) s druhým pingpongovým míčkem,
b) s kuličkou o daleko větší hmotnosti.
Najdi rozdíl v průběhu srážek.

Pingpongový míček se po srážce hodně zpomalil, míček, do kterého narazil, se začal pohybovat.
Od těžké kuličky se pingpongový míček odrazil téměř stejnou rychlostí.
Čím je kulička, se kterou se míček sráží těžší, tím méně se po srážce pohybuje a tím více pohybové energie zůstane míčku.

Př. 3: Jakým způsobem může elektron předat atomu rtuti při srážce energii? Jak se taková skutečnost projeví?

Elektron může atom rtuti rozpohybovat, protože je atom rtuti daleko těžší, bude tento efekt velmi slabý.
Uvolněný elektron může dodat energii některému z elektronů, které obíhají jádro rtuťového atomu $\Rightarrow$ elektron přejde na vyšší dráhu a po určité době energii vyzáří ve formě EM záření $\Rightarrow$ elektron musí mít energii, která odpovídá možnému přechodu.

Př. 4: Proč nebyly ve Franc-Hertzově pokusu použity místo atomů rtuti atomy vodíku?

Potřebujeme, aby elektrony předávaly atomům energii pouze tím, že excitují elektron, ne tím, že celý atom uvedou do pohybu $\Rightarrow$ potřebujeme co nejtěžší atom, aby se při srážce jeho rychlost nezměnila, srážka byla pružná a elektron neztratil energii, pokud neexistuje elektron (srážka musí připomínat náraz kuličky do zdi, ne do jiné kuličky podobné hmotnosti).

Př. 5: Odhadni průběhu anodového proudu v závislosti na rostoucím napětí U_1.

Při nulovém napětí U_1 mohou překonat napětí U_2 jen elektrony, které s katody vyleží s dostatečnou energií. Nastavíme napětí U_2 tak, aby byl tento proud v podstatě nulový. S rostoucím napětím U_1 získávají elektrony v levé části baňky čím dál větší energii, která čím dál většímu počtu elektronů umožňuje překonat napětí U_2 a dojít k anodě. Srážky s atomy rtuti elektrony nebrzdí (elektrony se odrážejí se stejnou rychlostí) $\Rightarrow$ srážky anodový proud neovlivňují.
Jakmile napětí U_1 vzroste natolik, aby elektrony získali dostatek energie na excitaci atomů, začnou elektrony energii při srážkách ztrácet $\Rightarrow$ nebudou mít dostatek energie pro překonání napětí U_2 $\Rightarrow$ anodový proud se sníží. Ke stejnému efektu dojde, když napětí U_1 zroste natoli, aby energii dodalo elektronům dvakrát.

Simulace pokusu (Pozor vyžaduje ShockWave)

Př. 6: Jak by se energie, kterou atomy rtuti získají od elektronů, měla projevit? Urči číselnou hodnotu.

Pokud atom rtuti přijme energii $\Delta E = 4{,}89\,\text{eV}$ od elektronu, přejde některý z jeho elektronů z hladiny E_m na vyšší hladinu E_n $\Rightarrow$ časem by měl elektron přejít zpátky na nižší hladinu a energii vyzářit ve formě fotonu $\Rightarrow$ rtuť by měla zářit na vlnové délce dané vztahem $\Delta E = hf$

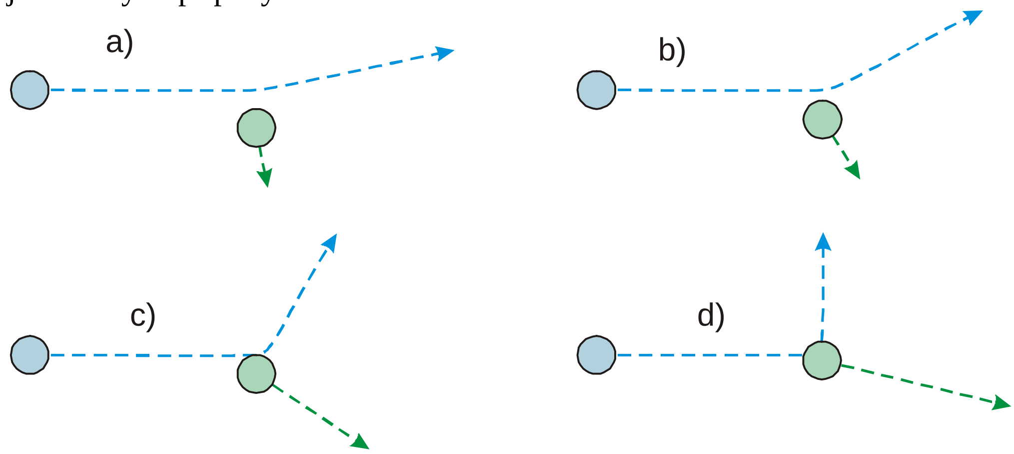
$$\Rightarrow \quad f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{4{,}89 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}}\,\text{Hz} = 1{,}18 \cdot 10^{15}\,\text{Hz}.$$

Vlnová délka: $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{c}{\frac{\Delta E}{h}} = \dfrac{ch}{\Delta E} = \dfrac{3 \cdot 10^{8} \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}}{4{,}89 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}\,\text{m} = 2{,}54 \cdot 10^{-7}\,\text{m} = 254\,\text{nm}$

Měli bychom pozorovat, že rtuť vyzařuje EM záření o vlnové délce 254 nm (UV záření).

Význam: Experimentální potvrzení kvantování energie v atomech, kvantuje se i energie předávaná mechanickými srážkami.

Př. 7: Na obrázku jsou zachyceny různé průběhy srážek mezi pohybující se a stojící kuličkou. Porovnej konečnou energii kuličky, která se původně pohybovala, mezi jednotlivými případy.



Od bodu a) do bodu d) postupně roste hybnost, kterou zelená kulička přebrala od modré kuličky $\Rightarrow$ zvětšuje se energie zelené kuličky $\Rightarrow$ kvůli zákonu zachování energie se zmenšuje energie modré kuličky.
Čím více se modrá kulička odchýlí od původního směru, tím méně má po srážce energie.

1922: A. Compton
Comptonův jev
Dopad tvrdého rentgenového záření ($\lambda = 0,07\,\mathrm{nm}$, $E = 17,8\,\mathrm{keV}$) na uhlíkovou destičku.
Sledování frekvence záření, které se rozptylovalo do různých směrů.

Př. 8: Odhadni, jaké frekvence by měly být pozorovány v různých směrech.

Pokud by se světlo chovalo jako vlnění, mělo by svým dopadem rozkmitat strukturu uhlíku ve své původní frekvenci. Rozkmitané částice uhlíku by pak měly opět na stejné frekvenci vyzařovat světlo do různých směrů.

Výsledek: Čím je odchylka rozptýleného záření od původního směru větší, tím nižší energii rozptýlené záření má (tím více energie rozptylem ztratilo) $\Rightarrow$ RTG záření se chová jako modré kuličky v příkladu 19.

Dodatek: Interpretace Comptonova rozptylu je zde čistě kvalitativní, Compton samozřejmě věděl, jak se má frekvence záření s úhlem měnit.

$\Rightarrow$ Přímý důkaz částicového chování světla.

Světlo se chová jako proud částic, nazývaných **fotony**. Tyto částice se neustále pohybují rychlostí světla, mají nulovou klidovou hmotnost a jejich energie a hybnost jsou dány vztahy $E = hf$, $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$ (přesně jak předpokládat už Einstein při interpretaci vnějšího fotoefektu).

Př. 9: Kolik fotonů vylétá každou sekundu z červené LED diody o vlnové délce 660 nm a zářivém výkonu 2W?

Energie fotonů = energie vyzářená diodou.

$En = Pt$

$n = \frac{Pt}{E} = \frac{Pt}{hf}$ Dosadíme: $\lambda = cT = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$

$n = \frac{Pt}{hf} = \frac{Pt}{h\frac{c}{\lambda}} = \frac{Pt \cdot \lambda}{hc} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 6,6 \cdot 10^{-7}}{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 6,6 \cdot 10^{18}$

Z LED diody každou sekundu vylétá $6,6 \cdot 10^{18}$ fotonů.

Př. 10: Lidské oko vnímá žluté světlo (600 nm) již při výkonu $1,7 \cdot 10^{-18}$ W . Kolik fotonů za této situace dopadá do oka každou sekundu?

Použijeme vzorec z předchozího příkladu: $n = \frac{Pt \cdot \lambda}{hc} = \frac{1,7 \cdot 10^{-18} \cdot 1 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 5$

Lidské oko vnímá žluté světlo již při dopadu 5 fotonů za sekundu.

Př. 11: Proč bylo při pokusu použito tvrdé rentgenové záření?

Vysoká frekvence záření:

- zvýrazňuje částicové vlastnosti,
- struktura uhlíku se nemůže rozkmitat s tak velkou frekvencí.

Přímý důkaz existence fotonů $\Rightarrow$ hledání "nové fyziky pro mikrosvět".

1924: L. de Broglie

Světlo jsme považovali za vlnění, ale ono se chová i jako částice $\Rightarrow$ částice by se nemusely chovat pouze jako částice, ale zároveň jako vlny $\Rightarrow$ vlnová délka částic $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ (pro relativistické částice $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} = \frac{h}{mv}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$).

Př. 12: Urči vlnovou délku elektronu o energii 13,6 eV. Relativistické efekty zanedbej. Porovnej získanou hodnotu s Bohrovým poloměrem.

$E = 13,6\,\text{eV} = 13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

Do vztahu pro vlnovou délku potřebujeme získat rychlost elektronu.

Energie elektronu je kinetická: $E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$.

Dosadíme:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{\frac{m^2 2E}{m}}} \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{6,6\cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\cdot 13,6\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}}\ \mathrm{m} = 3,3\cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

Zkusíme "rozprostřít elektron" okolo jádra tak, aby vlnová délka odpovídala obvodu kruhu s Bohrovým poloměrem: $o = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{o}{2\pi} = \frac{3,3\cdot 10^{-10}}{2\cdot\pi}\ \mathrm{m} = 5,3\cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}$ (hodnota Bohrova poloměru vypočtená v minulé hodině).

Vlnová délka elektronu o energii 13,6 eV je $3,3\cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$ (přibližně tisíckrát menší než vlnová délka viditelného světla).

Pedagogická poznámka: Předchozí odvození není úplně korektní a pokud si toho někdo všimne, zaslouží pochvalu, přesto jde o zajímavou shodu, která pozornější žáky zaujme.

Vlnová hypotéza o elektronech konečně:

- vysvětlila kvantování v Bohrově modelu atomu – Bohrova kvantovací podmínka odpovídá tomu, že elektrony se mohou nacházet jenom v takových stavech, ve kterých se „rozprostřou na násobek své vlnové délky",
- vyřešila problém s tím, jak se nepředstavitelně malé částice vůbec mohou najít, aby spolu interagovaly.

1925: Heisenbergova formulace kvantové mechaniky pomocí matic
1926: Schrödingerova rovnice $\Rightarrow$ formulace kvantové mechaniky pomocí vlnové funkce popisující chování částic, úspěšný popis atomu vodíku.
1926: Pravděpodobnostní interpretace vlnové funkce.
1927: Rozptyl elektronů na krystalu (přímý důkaz vlnových vlastností části).
1927: Heisenbergova relace neurčitosti.

Shrnutí: Světlo (vlnění) má částicové vlastnosti, částice (například elektron) mají vlnové vlastnosti.